

מתמטיקה ב לכלכלנים

פרק 23 - כלל השרשרת בפונקציות של מספר משתנים

תוכן העניינים

1. כלל השרשרת בפונקציות של מספר משתנים.....1

כלל השרשרת בפונקציות של מספר משתנים

בתרגילים בפרק זה, הניחו שכל הנגזרות הרשומות קיימות.

שאלות

(1) נתון: $x = 2u - v$, $y = u^2 + v^2$, $z = \ln(x^2 - y^2)$
חשבו: z_u , z_v .

(2) נתון: $v = 4t + k$, $u = t^2 + 4m$, $z = e^{u-v}$
חשבו: z_t , z_m , z_k .

(3) נתון: $z = f(x^2 - y^2)$
הוכיחו: $y \cdot z_x + x \cdot z_y = 0$.

(4) נתון: $z = f(xy)$
הוכיחו: $x \cdot z_x - y \cdot z_y = 0$.

(5) נתון: $z = f\left(\frac{x}{y}\right)$
הוכיחו: $x \cdot z_x + y \cdot z_y = 0$.

(6) נתון: $z = f(x - y, y - x)$
הוכיחו: $z_x + z_y = 0$.

(7) נתון: $w = f(x - y, y - z, z - x)$
הוכיחו: $w_x + w_y + w_z = 0$.

(8) נתון: $z = y \cdot f(x^2 - y^2)$
הוכיחו: $\frac{1}{x} z_x + \frac{1}{y} z_y = \frac{z}{y^2}$.

$$(9) \quad \text{נתון: } z = xy + xf\left(\frac{y}{x}\right).$$

$$\text{הוכיחו: } x \cdot z_x + y \cdot z_y = xy + z.$$

$$(10) \quad \text{נתון: } u(x, y, z) = x^2 \cdot f\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right).$$

$$\text{הוכיחו: } xu_x + yu_y + zu_z = 2u.$$

$$(11) \quad \text{נתון: } h(x, y) = f(y + ax) + g(y - ax).$$

$$\text{הוכיחו: } h_{xx} = a^2 \cdot h_{yy}.$$

תשובות סופיות

$$(1) \quad z_u = \frac{1}{x^2 - y^2} \cdot 2x \cdot 2 + \frac{1}{x^2 - y^2} (-2y) \cdot 2u$$

$$(2) \quad z_t = e^{u-v} (1) \cdot 2t + e^{u-v} (-1) \cdot 4, \quad z_m = e^{u-1} (1) \cdot 4, \quad z_k = e^{u-v} (-1) \cdot 1$$

שאר השאלות הן שאלות הוכחה, לפתרונות מלאים היכנסו לאתר GooL.co.il